Auswertung Versuch 23:
Strom- und Spannungsmessung

von: Jonas Schwer
am: 21.09.24

1. Einleitung

1.1 Motivation

In diesem Versuch wollen wir zuerst die Klemmspannung einer Batterie sowohl mit einem Drehspulinstrument als auch mit einem Kompensator bestimmen. Daraufhin erstellen wir durch mehrere Messungen ein U(I)-Diagramm, mit dem wir auch noch die Quellspannung der Batterie erschließen können.

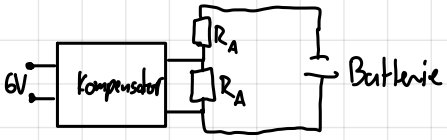
1.2 Messaufbau

Zuerst wollen wir unseren Kompensator eichen. Dafür schließen wir ihn an eine Spannung von 2,5V an und stellen das Drehpotentiometer auf 500Skt. Dann stellen wir den Eichregler um, bis kein Strom fließt. So ist der Kompensator geeicht.

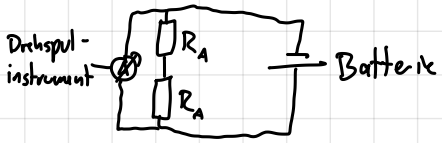


Skizze 1: Eichungsaufbau des Kompensator

Für Schaltung 2 nehmen wir 2 Widerstände und schalten sie in Reihe mit einer Batterie, welche gemessen werden soll. Wir schalten nun entweder ein Drehspulinstrument oder den Kompensator parallel zu entweder einem oder beiden Widerständen.

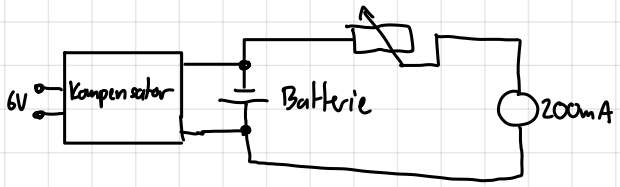


Skizze 2: Kondensator parallel zu einem Widerstand



Skizze 3: Drehspulinstrument parallel zu zwei Widerständen

Bei dem dritten Experiment schalten wir die Batterie, das Drehspulelement und einen Schiebewiderstand in Reihe. Wir erweitern den Messbereich des Drehspulelements auf 200 mA und messen damit den Strom. Einen Kompensator schalten wir parallel zur Batterie und messen so die Spannung.



Skizze 4: Aufbau der letzten Messung

1.3 Physikalische Grundlagen

Um diesen Versuch zu Verstehen, müssen wir die wichtigsten Formeln der Spannungstheorie noch einmal durchgehen. Die wichtigste hier ist natürlich das ohmsche Gesetz. Dieses beschreibt den grundlegenden Zusammenhang zwischen Spannung, Stromstärke und Widerstand:

$$U = R \cdot I \quad (1)$$

Dabei ist U die Spannung, R der Widerstand und I der fließende Strom.
So können wir von einer Spannungsquelle ausgehend den Strom berechnen.
Da wir allerdings immer mit echten Spannungsquellen hantieren, müssen wir berücksichtigen, dass die Spannung mit Belastung sinkt:

$$U = U_q - I R_i \quad (2)$$

Dabei ist U_q die Quellspannung, I der fließende Strom, R_i der Innenwiderstand und U die Klemmspannung, also die Spannung, die tatsächlich geliefert wird.
Nutzen wir nun (1) und (2) können wir für den Strom einer Leitung mit realer Spannungsquelle folgendes schließen:

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_L} \qquad (3)$$

Wobei R_L der Widerstand der Leitung ist. Nutzen wir erneut (1), berechnet sich die Klemmspannung als

$$U = R_L \frac{U_q}{R_i + R_L} \qquad (4)$$

Wir sehen also, wenn $R_L \gg R_i$, kann man $U_q \approx U$ als Näherung verwenden.

Als vorletztes besprechen wir noch die Kirchhoffschen Maschen- und Knotenregel.

Diese besagen:

1. Maschenregel:

   Entlang einer Masche in einem Stromkreis gilt:

   $$\sum U = \sum U_q \qquad (5)$$

   Also die Spannungen, die über Widerstände abfallen sind Gleich der Summe aller Quellspannungen

2. Knotenregel:

   Für jeden Knoten in einem Stromkreis gilt:

   $$\sum I = 0 \qquad (6)$$

   Also jeder Strom, der hinein fließt muss auch hinausfließen.

Daraus kann man die Gesetze für Widerstände in Parallel- und Reihenschaltungen herleiten:

$$R_{Reihe} = \sum R_i \qquad (7)$$

$$R_{parallel} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R_i}} \qquad (8)$$

Zuletzt noch einmal die Leistung, die auf die Last übertragen wird.

Die Leistung in einem Stromkreis berechnet sich als:

$$P = U \cdot I \qquad (9)$$

Wenden wir nun das Ohmsche Gesetz darauf an ((1)), erhalten wir

$$P = RI^2 \Leftrightarrow P = \frac{U^2}{R} \qquad (10)$$

Messprotokoll

19.09.2024

Harish Mahendran
Jonas Schweer
Manuel Sorgenfrei

Zuerst Eichung des Kompensators bei 2,5V, 500 Skt und eines Eichreglers bei: 5,60

Messgeräte:

- 3 Dekadenwiderstände (Genauigkeit: 0,1Ω: ±0,5%, 1Ω: ±0,5%, 10Ω: ±0,1%)
- 6V Netzteil
- Präzisionsspannungsquelle (2,5 ± 0,02%)
- Kompensator (Linearitätsfehler: 0,25%, Ablese-Ungenauigkeit: ± 3 Skt)
- Schiebewiderstand (100Ω)
  Drehspulinstrument (Ableseungenauigkeit: ± 0,1 mA)
- Steckbrett + 2 Steckwiderständen (A)

1. Messung -

Der innenwiderstand des Dekadenwiderstand lag bei 49 Ω und 8,8 mA. Drehspulinstrument mit 451Ω ist in Reihe geschaltet.

Spannungsteiler: (mit 2 A widerständen)

Batteriespannung: $U_0 = 4,5V$

abfallende Stromstärke: $I = 8,75 mA$

an Beiden einzelnen abfallende Stromstärke: $I = 2 mA$ (Es ist für beide abfälle das selbe)

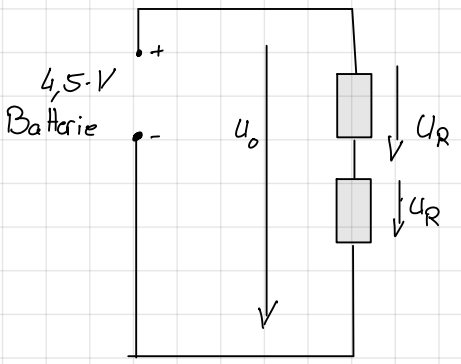
Mit dem Kompensator

für kompletten Abfall gibt es: 873, Skt ≙ 4,365V

Abfall für einen Parallel widerstand: 437,8 Skt ≙ 2,189V

Für den 2ten Widerstand: 438,4 Skt ≙ 2,192V

Schaltplan zur Messung 1:



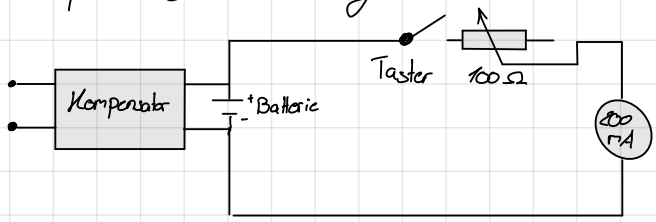
2. Messung

Messen Innenwiderstand der Batterie:

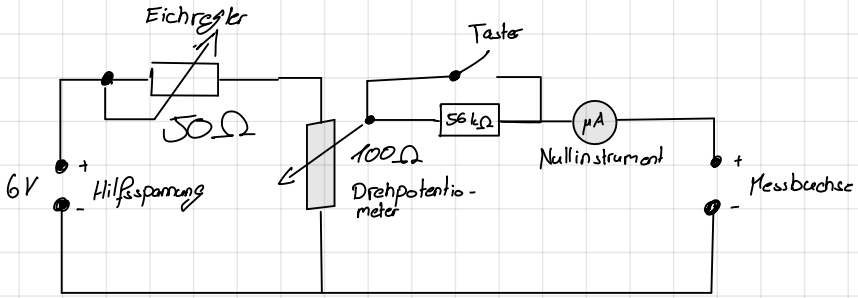
Kompensatorspannung:	Stromstärke:	richtige Stromstärke x20:
790,4 ≙ 3,952 V	8,78 mA	175,6 mA
804,5 ≙ 4,0225V	5,7 mA	114 mA
814,8 ≙ 4,074 V	4,1 mA	82 mA
821,6 ≙ 4,108V	3,25mA	65 mA
826,9 ≙ 4,1345V	2,6 mA	52 mA
828,3 ≙ 4,1415V	2,3 mA	46 mA
833 ≙ 4,165V	2 mA	40 mA
833,8 ≙ 4,169V	1,75 mA	35 mA
834,4 ≙ 4,172V	1,6 mA	32 mA

Instrumente: Batterie

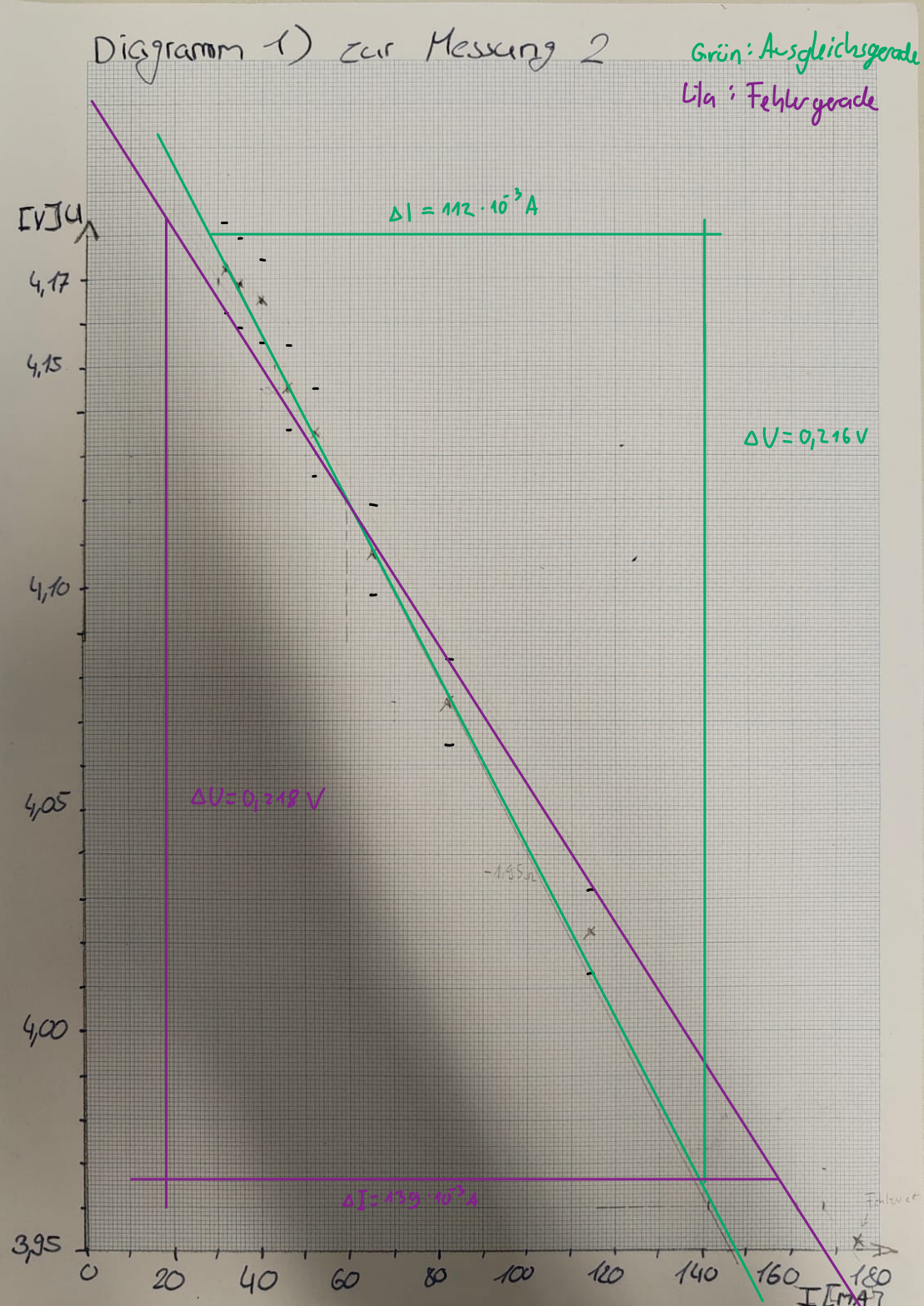
Schaltplan zur Messung 2:



Schaltplan des Kompensators:



D. K


Diagramm 1) zur Messung 2
Grün: Ausgleichsgerade
Lila: Fehlergerade
U [V]
I [mA]
ΔI = 112 · 10⁻³ A
ΔU = 0,216 V
ΔU = 0,218 V
ΔI = 139 · 10⁻³ A
4,17
4,15
4,10
4,05
4,00
3,95
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180

3. Auswertung

Aufgabe 1:

Bei der Messung mit dem Drehspulinstrument haben wir einen Wert von $(2{,}00 \pm 0{,}10)\,mA$ pro Widerstand gemessen. Wir rechnen es mit $U = R \cdot I$ in eine Spannung um. R entnehmen wir dem Messprotokoll als $(500 \pm 1)\,\Omega$

Nach Gauss ist der Fehler $\Delta U = U\sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2}$

Das ergibt: $U_R = (1{,}00 \pm 0{,}05)\,V$ pro Widerstand

Über bei Widerstände fällt $(8{,}75 \pm 0{,}10)\,mA$ ab.

Mit den selben Formeln ergibt sich also

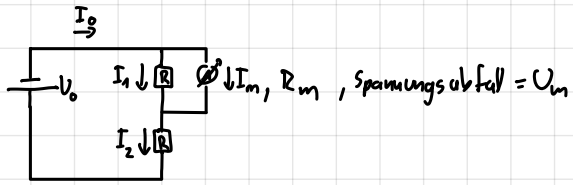
$$U_{2R} = (4{,}38 \pm 0{,}05)\,V$$

Wir merken also, dass bei dieser Messung gilt $2U_R \neq U_{2R}$, also dass die Maschenregel nach (5) nicht erfüllt wäre. Der Fehler liegt daran, dass durch unser Drehspulinstrument ein nicht zu vernachlässigender Strom fließt, der so das Ergebnis verfälscht. Deswegen ist die Hoffnung, dass es beim Kompensator genauer wird, da durch diesen kein Strom fließt. Die gemessene Spannung über einen Widerstand war bei diesem: $U_R = (2{,}190 \pm 0{,}015)\,V$ Der Fehler ergibt sich aus der Messungenauigkeit, wie sie im Protokoll steht.

Für den Wert über beide Widerstände zeigt der Kompensator $U_{2R} = (4{,}365 \pm 0{,}015)\,V$ an. $U_{2R} \approx 2U_R$, also bestätigt der Kompensator die Maschenregel. Um die Widerstände zu berechnen machen wir uns die "Ungenauigkeit" des Drehspulinstruments zu nutze.

Wir wissen, dass das Drehspulinstrument einen Widerstand von 500 Ω hat.

Wir schauen uns die Messung über einen Widerstand nochmal an:



Skizze 5: Aufbau mit Beschriftung

Wir wissen: $U_0 = I_0 \left(\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_m} \right)^{-1} + R \right)$

$$\Leftrightarrow U_0 = I_0 \left(\left(\frac{R R_m}{R + R_m} \right) + R \right) \qquad (11)$$

Und: $$I_0 = I_m + I_1 = I_m + \frac{U_m}{R} = I_m + \frac{I_m R_m}{R} \qquad (12)$$

Setzen wir (12) in (11) ein und formen um:

$$U_0 = \left(I_m + \frac{I_m R_m}{R} \right) \left(\left(\frac{R R_m}{R + R_m} \right) + R \right)$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{U_0}{I_m} - 2R_m \qquad (13)$$

Der Fehler ergibt sich nach Gauss als:

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_0}{I_m} \right)^2 + \left(\frac{U_0}{I_m^2} \Delta I_m \right)^2 + \left(2 \Delta R_m \right)^2}$$

Wir errechnen also:

$$R = (1200 \pm 110)\,\Omega$$

Aufgabe 2: Wir wollen nun aus Diagramm 1) die Quellspannung und den Innenwiderstand der Batterie berechnen. Wir sehen in Gleichung (2), dass $U(I) = U_q$ gilt, genau dann, wenn $I = 0$. Wir lesen also diesen Punkt aus dem Diagramm ab. Auch sehen wir, dass $U(I)$ eine lineare Funktion ist, mit der Steigung $-R_i$. Um den Innenwiderstand zu berechnen, nehmen wir einfach das negative der Steigung.

Aus dem Diagramm abgelesen erhalten wir also:

$R_{i,Best} = 1{,}77\ \Omega$

$R_{i,Fehler} = 1{,}57\ \Omega$

$\Rightarrow R_i = (1{,}77 \pm 0{,}20)\ \Omega$

Da wir die y-Achsenabschnitte nicht ablesen können, stellen wir jeweils die Geradengleichung auf und setzen einen Wert ein:

$$U(I)_{Ausgl.} = U_{q,A} - 1{,}77\,\Omega \cdot I \quad \overset{U(0{,}14A) = 3{,}966V}{\Rightarrow} \quad U_{q,A} = 4{,}2138\ V$$

$$U(I)_{Fehler} = U_{q,F} - 1{,}57\,\Omega \cdot I \quad \overset{U(0{,}157A) = 3{,}966V}{\Rightarrow} \quad U_{q,F} = 4{,}2125$$

$\Rightarrow U_q = (4{,}2138 \pm 0{,}0013)\ V$

Aufgabe 3: Wir wollen den Widerstand finden, bei dem die Leistung maximal ist.

Nach Formel (3) und (10) gilt:

$$P = \frac{U_q^2 R_L}{(R_i + R_L)^2} \qquad (14)$$

Leiten wir das nach R_L ab und setzen es gleich Null erhalten wir:

$$0 = \frac{U_q^2 (R_i - R_L)}{(R_i + R_L)^3}$$

Also muss $R_L = R_i$ sein, bei unserer Batterie also $R_L = 1{,}77\ \Omega$

4 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Versuch haben wir zuerst die Klemmspannung einer Batterie und den Spannungsabfall über 2 in Reihe geschalteten Widerstände bestimmt. Daraufhin haben wir über einen Schiebewiderstand ein U(I) Diagramm erstellen können, und so Quellspannung und Innenwiderstand der Batterie bestimmt.

Die Werte, die wir durch die Messungen bestimmen konnten, waren:

Messaufbau 1:

$U_{0,\text{Drehspul}} = (4{,}38 \pm 0{,}05)\,V$

$U_{R,\text{Drehspul}} = (1{,}00 \pm 0{,}05)\,V$

$U_{0,\text{Komp}} = (4{,}365 \pm 0{,}015)\,V$

$U_{R,\text{Komp}} = (2{,}190 \pm 0{,}015)\,V$

$R = (1200 \pm 110)\,\Omega$

Messaufbau 2:

$R_i = (1{,}77 \pm 0{,}20)\,\Omega$

$U_q = (4{,}2138 \pm 0{,}0013)\,V$

Vergleichen wir die Werte von U_0 mit $2U_R$ für beide Spannungsmessungen, erhalten wir für das Drehspulinstrument eine 21σ-Abweichung, was daran liegt, dass sich die Stromstärke am Knoten aufteilt und sowohl durch Drehspulinstrument als auch Widerstand fließt. Beim Kompensator erhalten wir eine $0{,}4\sigma$-Abweichung, was kein signifikanter Unterschied ist. Der Kompensator ist wesentlich präziser, da er darauf basiert genau dann die Spannung zu messen, wenn (fast) kein Strom durch ihn fließt. Dadurch sind die Erhaltenen Spannungswerte präziser.

Vergleichen wir nun die erhaltene Spannung mit der Angabe der Batterie (4,5V) erhalten wir eine 220σ-Abweichung. Das Liegt vermutlich daran, dass die Batterie alt ist, und somit die Quellspannung abgenommen hat. Der Fehler der Batteriespannung wurde bei der Abweichungsrechnung als 0 gesehen, realistisch ist die Batteriespannung allerdings nicht mehr 4,5V.

Alles in allem bin ich mit unseren Messwerten relativ zufrieden, da kein Ergebnis, welches wir erhalten haben, abwegig groß oder klein ist. Jede große σ-Abweichung war aufgrund der physikalischen Gegebenheiten vorherzusehen, und unsere Fehler sind relativ klein geblieben.
Bei einer erneuten Durchführung des Versuches, würde ich mehr Werte für U(I) aufnehmen, um so eine eindeutigere Gerade zu bekommen. Unsere Messwerte einer hohen Stromstärke fallen nämlich nicht in den linearen Verlauf (vermutlich falsch). Auch würde ich für Spannungsmessungen nur den Kompensator verwenden, da dieser sich als wesentlich präziser bewiesen hat.